



مقایسه شیوه تحریر طوسی و مغربی از اکر تئودوسیوس

پدیدآورده (ها) : امیری مقدم، معصومه

تاریخ :: تاریخ علم :: بهار و تابستان 1392 - شماره 14 (علمی-پژوهشی/ISC)

از 1 تا 30

آدرس ثابت : <https://www.noormags.ir/view/fa/articlepage/1092472>

دانلود شده توسط : احسان رمضانی

تاریخ دانلود : 05/07/1397

مرکز تحقیقات کامپیوتری علوم اسلامی (نور) جهت ارائه مجلات عرضه شده در پایگاه، مجوز لازم را از صاحبان مجلات، دریافت نموده است، بر این اساس همه حقوق مادی برآمده از ورود اطلاعات مقالات، مجلات و تألیفات موجود در پایگاه، متعلق به "مرکز نور" می باشد. بنابر این، هرگونه نشر و عرضه مقالات در قالب نوشتار و تصویر به صورت کاغذی و مانند آن، یا به صورت دیجیتالی که حاصل و بر گرفته از این پایگاه باشد، نیازمند کسب مجوز لازم، از صاحبان مجلات و مرکز تحقیقات کامپیوتری علوم اسلامی (نور) می باشد و تخلف از آن موجب پیگرد قانونی است. به منظور کسب اطلاعات بیشتر به صفحه [قوانین و مقررات](#) استفاده از پایگاه مجلات تخصصی نور مراجعه فرمائید.



پایگاه مجلات تخصصی نور

مقایسه شیوه تحریر طوسی و مغربی از اُکر تئودوسیوس

معصومه امیری مقدم

کارشناس ارشد تاریخ علم، پژوهشکده تاریخ علم دانشگاه تهران

mamirimoqadam@gmail.com

(دریافت: ۱۳۹۳/۰۷/۰۸، پذیرش: ۱۳۹۳/۱۲/۱۸)

چکیده

در این مقاله تحریرهای طوسی و مغربی، از راه تحقیق در ویژگیهای هر یک و تفاوتهای آنها با یکدیگر، بررسی می‌شود. طوسی در تحریر اُکر تئودوسیوس به چارچوب ظاهری متن اصلی پایبند بوده است؛ در عین حال با اضافه کردن اصول موضوعه و چند قضیه مقدماتی به استحکام ساختار ریاضی این رساله افزوده است و جملاتی را که خود به متن اضافه کرده است با عبارات مشخصی چون «أقول» و «فی بعض النسخ» از متن اصلی جدا کرده است. شیوه نگارش طوسی نشان می‌دهد که هدف او فراهم آوردن یک کتاب درسی در زمینه اُکر بوده است؛ عبارات او موجز و دقیق‌اند و همه قضایا با اثبات همراه است. از این تحریر نسخه‌های متعددی در دست است که مهم‌ترین آنها در زمان حیات طوسی کتابت شده است. تنها تحریر دیگر به جا مانده از اُکر متعلق به محیی الدین مغربی است. مغربی ساختار ظاهری متن رساله را تغییر داده است، به طوری که برخی از قضایا را ادغام کرده و در مواردی صورت متفاوتی برای بیان قضایا انتخاب کرده است. همچنین وی قضایای مقدماتی بیشتری نسبت به تحریر طوسی به متن افزوده است. از این رساله نسخه‌های معدودی به جا مانده و مهم‌ترین آنها نسخه‌ای است که در زمان حیات مغربی کتابت شده است. در مجموع می‌توان گفت تغییراتی که طوسی در متن رساله وارد کرده است محتوای ریاضی رساله را غنا بخشیده است؛ اما تحریر مغربی در بسیاری از موارد شامل تغییرات غیر ضروری و ظاهری است و قوت ریاضی تحریر طوسی را ندارد.

کلیدواژه‌ها: تئودوسیوس، تحریر اُکر، محیی الدین مغربی، نصیرالدین طوسی، هندسه کروی

اگر تئودوسیوس

اگر کتابی مرجع در زمینه هندسه کروی^۲ است که توسط تئودوسیوس^۳ ریاضی دان و منجم یونانی قرن اول ق.م تألیف شده است. این کتاب اولین کتابی است که به شیوه هندسی و بدون ارجاع به دایره های سماوی به اثبات قضیه های هندسه کروی می پردازد. در کتاب های قدیمی تر مانند الكرة المتحركة^۴ اوتولوکوس^۵ (حدود قرن سوم ق.م) و ظاهرات الفلك^۶ اقلیدس (قرن سوم ق.م) قضیه ها با ارجاع به دایره های سماوی مثل دایره البروج و افق اثبات شده اند.^۷ اگر به همراه دو اثر دیگر تئودوسیوس به نام های المساكن^۸ و الأيام واللیالی^۹ جزو مجموعه ای هستند که پاپوس^{۱۰} (سده ۴م) آن را «نجوم صغیر»^{۱۱} نامیده است. در دوره اسلامی این مجموعه به همراه چند اثر ریاضی از دانشمندان مسلمان «متوسطات»^{۱۲} نامیده شد، زیرا در ترتیب آموزش پس از اصول اقلیدس و پیش از پرداختن به مجسطی بطلمیوس (حدود ۱۰۰-۱۷۰م) مطالعه می شده اند (نک: معصومی همدانی، «استاد بشر»، صص ۱۷-۲۲). اگر پیش نیاز مطالعه کتاب هایی است که به موضوع مثلثات کروی و نجوم کروی پرداخته اند و از میان شان می توان به فی الأشکال الکریة یا الأکر منلائوس^{۱۳} (قرن اول م) و مجسطی بطلمیوس اشاره کرد.

اگر ارتباط تنگاتنگی با اصول اقلیدس دارد که این ارتباط از چند جنبه قابل بررسی است؛ سبک این کتاب شبیه به اصول است به این معنا که در هر دو کتاب هر قضیه با

1. *Sphaerica*
2. *Spherics*
3. *Theodosius*
4. *On the Moving Sphere*
5. *Autolycus*
6. *Phaenomena*

۷. برای کسب اطلاع بیشتر درباره پیشینه قضایای اگر نک:

Heath, T., L., *A History of Greek Mathematics*, vol. II, pp. 245, 252; Bulmer, vol. XIII, p. 319.

8. *On Habitations*

9. *On Days and Nights*

10. *Pappus*

۱۱. *The Little Astronomy* که در مقابل *The Great Astronomy* یعنی همان مجسطی بطلمیوس قرار داشت.

این مجموعه شامل الأکر تئودوسیوس، المساكن تئودوسیوس، الأيام واللیالی تئودوسیوس، الكرة المتحركة اوتولوکوس، الطلوع والغروب اوتولوکوس، المناظر اقلیدس، المناظر آراتوس و فی الأشکال الکریة منلائوس بود.

12. *Middle Books*

13. *Menelaus*

معرفی اجزایش آغاز می‌شود، سپس این اجزا در شکلی که حروف گذاری شده است نشان داده می‌شوند و در پایان قضیه اثبات می‌شود (کونیچ و لورچ،^۱ ص ۱). در اثبات قضیه‌های اکر از برخی قضیه‌های اصول، به ویژه قضیه‌های مقالات ۱، ۳، ۵، ۶ و ۱۱ استفاده شده است. همچنین در مواردی قضیه‌های ابتدایی این کتاب شبیه قضیه‌های اصول هستند (از جمله قضیه ۱-۴ اکر و قضیه ۳-۱۸ اصول)، با این تفاوت که هدف اکر کاملاً نجومی است (نک: دنباله مقاله).

اکر در نسخه یونانی خود شامل ۲۴ قضیه در مقاله اول، ۲۲ قضیه در مقاله دوم و ۱۴ قضیه در مقاله سوم است. مقاله اول با تعریف این مفاهیم آغاز می‌شود: کره، مرکز کره، محور کره، قطب کره، قطب دایره‌ای که روی سطح کره واقع است و میل سطوح نسبت به یکدیگر. قضیه‌های مقاله اول و چندین قضیه ابتدایی مقاله دوم قضیه‌هایی مقدماتی در زمینه هندسه کره‌اند و به بررسی صفحات مماس بر کره، نسبت موجود میان اندازه‌های مقاطع مستدیر کره و فاصله‌های آنها از مرکز کره، خواص دایره‌های عظیمه و صغیره روی کره، وضع قطب‌ها، دایره‌های مرسوم بر کره که با دایره‌ای دیگر مماس‌اند، دایره‌های متقاطع بر سطح کره، دایره‌های موازی و چند قضیه ترسیمی می‌پردازند. کاربرد بخش بزرگی از مقاله دوم اکر در مقاله سوم مشهود است؛ موضوعاتی از قبیل دایره‌های مماس و خانواده‌ای از دایره‌های موازی که دایره‌های عظیمه‌ای از قطب‌های آنها می‌گذرند و یا بر دو تا از آنها (دو دایره نظیر هم) مماس هستند و در قسمتی از مقاله سوم که در آن به طور ضمنی به ویژگی‌های میل و مطالع پرداخته شده است، به‌کار برده می‌شوند (لورچ، ص ۱۵۹). در برخی از قضیه‌های مقاله دوم و سوم عبارت‌های نجومی همچون قطب ظاهر، قطب خفی، ارتفاع و انحنای (انحطاط) دیده می‌شوند.

اکر مانند بسیاری دیگر از متن‌های کلاسیک ریاضی یونانی در قرن سوم هجری به عربی و در قرن ششم هجری از عربی به لاتینی ترجمه شد. چند ترجمه عربی از اکر به جا مانده است^۲ که با قطعیت می‌توان گفت یکی از این ترجمه‌ها توسط قسطا بن

1. Kunitzsch P., and Lorch R.

۲. لورچ هفت نسخه به جا مانده از ترجمه عربی اکر را، که به اختصار با حروف A, H, N, F, C, K و L معرفی کرده است، به دو گروه تقسیم می‌کند: گروه اول شامل نسخه‌های A, H, N, L است که ترجمه آنها را به فردی ناشناس نسبت می‌دهد و گروه دوم شامل نسخه‌های C, F, K است که مترجم آنها را قسطا بن لوقا می‌داند. همچنین به نظر او اینکه حنین بن اسحاق (۱۹۳-۲۶۰ ق) اکر را ترجمه کرده باشد بعید است زیرا وی بیشتر به خاطر ترجمه آثار پزشکی و فلسفی مشهور است. این هفت نسخه در مقاله حاضر نیز با همین نام‌ها خوانده شده‌اند

لوقا بعلبکی (قرن سوم ق) انجام شده است. دو تفاوت میان متن یونانی و ترجمه عربی اگر وجود دارد؛ اول اینکه دو قضیه پایانی مقاله اول متن یونانی از ترجمه عربی حذف شده‌اند (لورچ، ص ۱۷۱؛ کونیچ و لورچ، ص ۳۶۲) و تفاوت دوم اضافه شدن یک تعریف به بخش تعاریف ترجمه عربی اگر است (نک: دنباله مقاله).

تحریر طوسی و تحریر مغربی از اگر تئودوسیوس
دو تحریر عربی از اگر به جا مانده است که هر دو در قرن هفتم هجری تألیف شده‌اند:^۱

یکی از این تحریرها در سال ۶۵۱ق توسط خواجه نصیرالدین طوسی (۵۹۷-۶۷۲ق) نگاشته شده است. طوسی اصول اقلیدس، مجموعه متوسطات و مجسطی بطلمیوس را در فاصله سال‌های ۶۴۴ق (زمان نگارش تحریر مجسطی) تا ۶۶۳ق (زمان نگارش تحریر فی اشکال الکریه اثر منلائوس) تحریر کرده است (قاسملو، صص ۱۹-۲۲). او این کتاب‌ها را از میان نسخه‌ها و ترجمه‌های متعددی که تا آن زمان در دسترس بود به شیوه‌ای که برای تدریس مناسب باشد، بازنویسی کرد و واژه «تحریر» را برای بازنویسی خود از مجموعه متوسطات برگزید. طوسی در مقدمه‌ای که بر تحریر فی اشکال الکریه نگاشته است صراحتاً به تحریر مجموعه متوسطات اشاره می‌کند و می‌گوید: «إني كنت أريد أن أحرر الكتب الموسومة بالمتوسطات».^۲ مجموعه تحریرهای طوسی بسیار مورد توجه قرار گرفت، به طوری که نسخه‌های متعددی از آنها کتابت شد و توسط برخی از خوانندگان و ریاضی‌دانان بعدی از جمله محمد باقر یزدی (ریاضی‌دان قرن ۱۱ق) حاشیه‌نویسی شد. کامل‌ترین فهرست از نسخه‌های خطی تحریر اگر طوسی، که در کتابخانه‌های ایران موجودند، شامل ۸۶ نسخه است (نک: درایتی، ج ۲، صص ۸۴۸-۸۵۰). سه ترجمه فارسی از این تحریرها به جا مانده است: یک ترجمه از ملا مهدی نراقی (درگذشته ۱۲۰۹ق؛ منزوی، ج ۴، صص ۲۶۰۶-۲۶۰۷).

(برای کسب اطلاع بیشتر در مورد ترجمه‌های عربی اگر، نسخه‌های خطی باقیمانده و ویژگی این نسخه‌ها نک: لورچ، ص ۱۶۵؛ کونیچ و لورچ، صص ۱-۵).

۱. تحریری از اگر به تقی‌الدین راصد (درگذشته ۹۳۹ق) منسوب است که نسخه‌ای از آن به جا نمانده است (روح‌اللهی، ص ۶۴).

۲. ترجمه: «من می‌خواستم کتاب‌های موسوم به متوسطات را تحریر کنم».

(۲۶۰۷)، دیگری از غلامحسین طوسی با نام ریاض النفوس و ترجمه سوم از فردی ناشناس (استوری،^۱ ج ۲، بخش اول، ص ۲).

محمی الدین مغربی (در گذشته ۶۸۲ق) تحریر دیگری از اکر فراهم آورده است. وی در سال ۶۵۸ق و در پی حمله هلاکو از دمشق به مراغه آمد و از دستیاران مهم طوسی در رصدخانه مراغه شد (برای اطلاع بیشتر در باره آمدن مغربی به مراغه نک: مدرّس رضوی، صص ۱۳۳-۱۳۵). مجموعه تحریرهای مغربی پس از مجموعه تحریرهای طوسی بزرگترین و مهم‌ترین مجموعه تحریر است و به جز تحریر اکر تئودوسیوس شامل تحریر اصول اقلیدس، تحریر مخروطات آپولونیوس و تحریر فی الأشکال الکریة منلائوس است (قربانی، ص ۴۶۱). مغربی واژه «تهذیب» را برای بازنویسی خود از اکر برگزیده است، با این حال این اثر با نام تحریر اکر مشهور است. تاریخ دقیق تألیف تحریرهای مغربی مشخص نیست (قس: قاسملو، ص ۲۱ که بدون ذکر منبعی زمان نوشته شدن تحریرهای مغربی را «مدت کوتاهی» پس از نوشته شدن تحریرهای طوسی دانسته است)، اما می‌توان گفت که مغربی قبل از سال ۶۶۹ق اکر را تحریر کرده است، زیرا قدیمی‌ترین نسخه خطی موجود از این تحریر در این سال کتابت شده است. از تحریر مغربی نسخه‌های معدودی به جا مانده است (سرزگین،^۲ ج ۵، ص ۱۵۵) و هیچ یک از نسخه‌هایی که مؤلف به آنها دسترسی داشته است (نک: دنباله مقاله)، حاشیه‌نویسی نشده‌اند.

به طور کلی مقایسه همه تحریرهای طوسی و مغربی مهم و قابل بررسی است، چرا که این دو دانشمند هم‌دوره در هر یک از تحریرهایی که از آثار ریاضی یونانی نگاشته‌اند، با رویکردی متفاوت به بازنویسی رساله‌ای واحد پرداخته‌اند. متأسفانه تا کنون هیچ کار پژوهشی تطبیقی در مورد این تحریرها انجام نشده است. در مقاله حاضر سعی شده است تحریر طوسی و تحریر مغربی بر اکر تئودوسیوس از دیدگاه ساختار و مفاهیم ریاضی بررسی شوند.^۳ به این منظور تفاوت‌های عمده تحریر طوسی و تحریر مغربی در قالب پنج بخش «افزوده‌های طوسی»، «تعاریف»، «قضیه‌ها»، «شکل‌ها» و «لم‌ها» بررسی شده و در هر مورد مثال‌هایی آورده شده است. از آنجا که

1. Storey

2. Sezgin

۳. در ادامه مقاله برای سهولت بیشتر و پرهیز از اطالة کلام به جای «تحریر طوسی از اکر تئودوسیوس» و «تحریر مغربی از اکر تئودوسیوس»، «تحریر طوسی» و «تحریر مغربی» به کار می‌رود.

ترجمه‌های عربی اگر منابع تحریر طوسی و تحریر مغربی هستند، در قسمت‌هایی از این مقاله این دو تحریر با ترجمه‌های عربی اگر نیز مقایسه شده‌اند.

در نگارش این مقاله از متن ویراسته تحریر طوسی^۱ و سه نسخه خطی تحریر مغربی به شماره‌های ۳۰۳۵/۲ کتابخانه دویلین^۲ (کتابت به سال ۶۶۹ق)، ۵۵۶/۳ کتابخانه لیدن^۳ (کتابت به سال ۹۸۰ق) و ۲۰۰/۲ کتابخانه مجلس شورای اسلامی^۴ (بی تاریخ) استفاده شده است. همچنین برای ارجاع به ترجمه‌های عربی اگر از متن کتاب *Theodosius Sphaerica*^۵ استفاده شده که در آن ترجمه عربی اگر با استفاده از سه نسخه خطی A، N و H ویرایش شده است و در برخی از موارد از دو نسخه خطی K و L استفاده شده است.^۶ مشخصات این نسخه‌ها از این قرار است:

A: نسخه شماره ۳۴۶۴ احمد سوم، کتابخانه سرای، استانبول، گ ۲۰-پ-گ ۵۳، کتابت به سال ۶۲۵ق؛

H: نسخه شماره BN heb 1101، پاریس، گ ۱-ر-گ ۵۳، گ ۸۶-ر-گ ۸۷؛

N: کتابخانه خصوصی، نبی خان، لاهور، کتابت در قرن ۶ق؛

L: نسخه شماره Or. 1031، لیدن، صص ۲۲-۷۲؛

۱. امیری مقدم، معصومه، ویرایش، ترجمه و شرح تحریر اگر تئودوسیوس تألیف خواجه نصیرالدین طوسی، پایان‌نامه برای دریافت درجه کارشناسی ارشد، پژوهشکده تاریخ علم دانشگاه تهران، ۱۳۸۹ش.

نسخه‌های خطی تحریر طوسی که برای تصحیح متن در این پایان‌نامه استفاده شده‌اند، به ترتیب سال کتابت از این قرارند: ۱- نسخه ۴۷۲۷/۳ مدرسه عالی شهید مطهری (سپهسالار)، کتابت به سال ۶۷۱ق؛ ۲- نسخه ۳۴۸۴/۲ کتابخانه ملی تبریز، کتابت به سال ۶۹۱ق؛ ۳- نسخه ۲۴۳۲/۲ کتابخانه مرکزی دانشگاه تهران، کتابت به سال ۶۹۵ق؛ ۴- نسخه ۵۹۷/۳ مدرسه عالی شهید مطهری (سپهسالار)، کتابت به سال ۷۸۱-۷۸۴ق؛ ۵- نسخه ۴۵۲۱/۴ کتابخانه آیت الله مرعشی نجفی، کتابت به سال ۸۸۰-۸۸۱ق.

۲. در اینجا از آقای سجاد نیک‌فهم خوب‌روان که تصویر این نسخه را در اختیار من قرار دادند، تشکر می‌کنم.

۳. این نسخه در چند قسمت افتادگی دارد و از قضا ۲-۱۸ به بعد شکل ندارد.

۴. به نظر می‌رسد این نسخه از روی نسخه ۳۰۳۵/۲ کتابخانه چستربیتی کتابت شده باشد، زیرا این دو نسخه بسیار شبیه به هم هستند و حتی اشتباهات کتابت نسخه ۳۰۳۵/۲ در نسخه ۲۰۰/۲ تکرار شده است.

5. Kunitzsch, P, Lorch, R, *Theodosius Sphaerica: Arabic and Medieval Latin Translation*, Stuttgart 2010.

در این کتاب متن ویراسته عربی و لاتینی اگر به همراه خلاصه ریاضی قضیه‌های آن عرضه شده است. در مقاله حاضر متن این کتاب، «متن عربی کهن» خوانده شده است.

۶. نک: همین مقاله، ص ۳، پانویس ۲. در اینجا از آقای دکتر نیتن سیدلی (Nathan Sidoli) و آقای دکتر یویچی ایسایاها که تصویر برخی از این نسخه‌ها را در اختیار من قرار دادند، تشکر می‌کنم.

K: کتابخانه خصوصی، پیش‌تر متعلق به H. P. Kraus، گ ۳۳-پ- گ ۶۴، کتابت در قرن ۷ ق.

۱. افزوده‌های طوسی

طوسی علاوه بر لم‌هایی که در تحریر خود آورده است (نک: دنباله مقاله)، مطالبی را به اکر افزوده است که در هیچ یک از ترجمه‌های عربی اکر و تحریر مغربی دیده نمی‌شوند. وجود این مطالب از امتیازات تحریر طوسی است و قسمتی از آنها به برخی از ویرایش‌های لاتینی اکر راه یافته‌اند (لورچ، صص ۱۶۲، ۱۷۰-۱۷۱). افزوده‌های طوسی را بر حسب محتوا می‌توان به سه دسته تقسیم کرد:

۱. طوسی در آغاز تحریر اکر و قبل از بیان تعاریف مقدمه‌ای کوتاه نگاشته است که در آن به تعداد مقالات و قضیه‌های اکر، تفاوت تعداد قضیه‌ها در برخی از نسخه‌های اکر و تاریخچه ترجمه‌ای از اکر که به عنوان منبع تحریر خود برگزیده است، اشاره می‌کند. همان‌گونه که وی بعد از قضیه ۲-۱۲ بیان می‌کند تفاوت تعداد قضیه‌ها در نسخه‌های مختلف مربوط است به قضیه‌های ۲-۱۱ و ۲-۱۲ که عکس یکدیگرند و در برخی نسخه‌ها یکی شمرده شده‌اند. طوسی این دو قضیه را همچون متن یونانی اکر و نسخه‌های N و K جدا شمارش کرده است (کونیچ و لورچ، ص ۳۳۳). مقدمه تحریر طوسی چنین است:

کتاب الأکر لثاودوسیوس وهو ثلث مقالات وتسعة وخمسون شكلاً وفي بعض النسخ بنقصان شكل في العدد وقد أمر بنقله من اليونانية إلى العربية أبو العباس أحمد بن المعتصم بالله فتولّى نقله قسطا بن لوقا البعلبيكي إلى الشكل الخامس من المقالة الثالثة ثم تولّى نقل باقيه غيره وأصلحه ثابت بن قرّة.^۱

اما همان‌طور که در زیر آمده است، در تحریر مغربی قبل از بیان تعاریف فقط تعداد مقالات ذکر شده است:

۱. ترجمه: «کتاب اکر ثاودوسیوس شامل سه مقاله و پنجاه و نه قضیه است که تعداد قضیه‌ها در برخی از نسخه‌ها یکی کمتر است. ابوالعباس احمد بن معتصم بالله به ترجمه این کتاب از یونانی به عربی امر نمود؛ قسطا بن لوقا بعلبکی این امر را به عهده گرفت و تا قضیه پنجم از مقاله سوم را ترجمه کرد. سپس فرد دیگری ترجمه را به پایان رساند و ثابت بن قره آن را اصلاح کرد». البته هیچ یک از هفت نسخه ترجمه عربی که تا کنون از اکر یافت شده است چنین ویژگی ندارد که هم ترجمه قسطا بن لوقا باشد و هم توسط ثابت بن قره تصحیح شده باشد (نک: همین مقاله، ص ۳، پانویس ۲).

کتاب الاکر لثاوذوسیوس وهو ثلث مقالات^۱.

۲. طوسی بعد از قسمت تعاریف و قبل از اینکه به قضیه‌های مقاله اول بپردازد، پنج اصل موضوع بیان می‌کند. این اصول موضوعه در برهان قضیه‌ها به کار می‌روند و می‌توان آنها را معادل با مصادرات اقلیدس دانست. طوسی با بیان این اصول موضوعه ساختار ریاضی اکر را قوت بخشیده است؛ اصول موضوعه تحریر طوسی چنین‌اند:

أقول وینبغی أن نسلم أن لنا أن نجعل أي نقطة إتفقت على سطح الكرة قطباً ونرسم علیه بأي بعد هو أقل من قطر الكرة دائرة في ذلك السطح؛ وأن نخرج أي قوس تكون إلى أن تتم دایرتها؛ وأن نفصل ما یساوي قوساً معلومة من قوس أعظم منها إذا كانتا من دایرتین متساویتین؛ وأنه لا یكون لدائرة واحدة أكثر من قطبین؛ وأن القسی المشابهة لقوس واحدة متشابهة؛ إلى غیر ذلك مما یجری مجراه على ما یجیء فی أثناء المسائل^۲.

۳. به ابتدا و انتهای برهان برخی از قضیه‌ها در تحریر طوسی توضیحاتی اضافه شده است که این توضیحات از نظر ریاضی مفیدند و در زیر به آنها اشاره می‌کنیم:

نتیجه‌گیری انتهای برهان قضیه ۲-۲:

توضیح در مورد «نیمه‌های نامتقاطع دو دایره عظیمه» که در ابتدای برهان قضیه ۲-۱۴ آمده است؛

نتیجه‌گیری انتهای برهان قضیه ۲-۱۴ که در لم قضیه ۳-۱۲ استفاده شده است (نک: دنباله مقاله)؛

یکی از شرط‌های قضیه ۳-۱ برای حکم دوم این قضیه ضروری نیست و طوسی به این نکته در انتهای برهان اشاره کرده است (نک: دنباله مقاله).

طوسی در انتهای برهان قضیه ۳-۲ حالت دیگری از این قضیه را آورده است. این مورد و مورد قبل در تحریر مغربی نه به صورت جمله‌ای جداگانه بلکه در خود قضیه‌ها (قضایای ۳-۱ و ۳-۲) گنجانده شده است (نک: دنباله مقاله).

۱. ترجمه: «کتاب اکر لثاوذوسیوس سه مقاله دارد».

۲. ترجمه: «گویم و شایسته است مسلم بدانیم که می‌توانیم هر نقطه‌ای بر سطح کره را به عنوان قطب در نظر بگیریم و به هر فاصله‌ای از آن نقطه، که کوچکتر از قطر کره باشد، دایره‌ای روی سطح کره رسم کنیم؛ هر قوسی را می‌توان امتداد داد تا دایره کاملی شود؛ می‌توان به اندازه قوسی معلوم روی قوسی بزرگتر از آن، قوسی را جدا کرد و این در صورتی است که دایره آن دو قوس با هم مساوی باشند؛ هر دایره‌ای بیش از دو قطب ندارد؛ قوس‌های مشابه با یک قوس با هم مشابهند؛ و از این قبیل که در خلال مسائل مربوط خواهد آمد».

۲. تعاریف

بخش تعاریف در تحریر طوسی «الحدود» و در تحریر مغربی «صدر الکتاب» خوانده شده است. یکی از تفاوت‌های عمده شیوه تحریر طوسی و تحریر مغربی که از همان ابتدا یعنی از بخش تعاریف رخ می‌نماید و به صورت فراگیر در همه جای این دو تحریر دیده می‌شود، تفاوت در شیوه بیان مطالب است. به عنوان مثال به جمله پایانی بخش تعاریف در متن عربی کهن و هر دو تحریر که بعد از تعریف سطوح متساوی المیل^۱ آمده است، دقت کنید:

متن عربی کهن

والتي تكون زواياها أصغر فهي أكبر ميلاً.^۲

تحریر طوسی

والتي أكثر ميلاً هي التي زواياها أصغر.^۳

تحریر مغربی

والذي زاوية ميله أصغر هو أكثر إنخفاضاً والذي زاوية ميله أعظم هو أكثرها إنتصاباً.^۴

همان طور که می‌بینیم متن عربی کهن و تحریر طوسی بیان می‌کنند که هر چه زاویه میل کوچک‌تر باشد میل دو سطح نسبت به هم بیشتر است؛ اما مغربی به تبیین رابطه زاویه میل و انخفاض و انتصاب (ارتفاع) می‌پردازد و مفهوم اساسی‌تر رابطه زاویه میل و اندازه میل را که بارها در قضیه‌های پایانی مقاله دوم و برخی از قضیه‌های مقاله سوم به کار رفته است، فرو می‌گذارد.

تفاوت دیگری که در بخش تعاریف این دو تحریر وجود دارد، تعداد تعاریف است. یکی از تعاریف تحریر طوسی در تحریر مغربی نیامده است. تحریر طوسی شامل

۱. سطوح متساوی المیل در تحریر طوسی با عنوان «السطوح المتساوية الميول» و در تحریر مغربی با عنوان «السطوح المتشابهة الميول» تعریف شده‌اند؛ این دو عبارت در هر دو تحریر چند بار به جای هم و در یک معنا به کار رفته‌اند.

۲. ترجمه: «سطوحی که زاویه [بین] شان کوچک‌تر است، میلشان بزرگ‌تر است».

۳. ترجمه: «سطوحی که میل بیشتری دارند، زاویه [بین] شان کوچک‌تر است».

۴. ترجمه: «سطوحی که زاویه میلش کوچک‌تر است، انخفازش بیشتر است و سطحی که زاویه میلش بزرگ‌تر است، انتصابش بیشتر است».

همان تعاریفی است که در متن عربی کهن، نسخه K و نسخه L، آمده است، اما تحریر مغربی تنها ویرایش عربی اگر است که همچون نسخه یونانی فاقد این تعریف است. این تعریف که در قضیه ۱-۶ کاربرد دارد، در تحریر طوسی چنین بیان شده است:

الدوائر المرسومة على الكرة المتساوية الأبعاد عن مركزها هي التي تكون
الأعمدة الواقعة من مركز الكرة على سطوحها متساوية والتي عمودها أطول فهي
أبعد.^۱

اینکه چرا مغربی بر خلاف ترجمه‌های عربی این تعریف را حذف کرده است، معلوم نیست؛ شاید وی با وجود قضیه ۱-۶ ضرورتی برای مطرح کردن این تعریف نمی‌دیده است.^۲ برای بررسی ضرورت وجود این تعریف نگاهی دقیق به قضیه مذکور می‌اندازیم. صورت این قضیه چنین است:^۳

أعظم الدوائر التي تقع في كرة هي المارة بمركزها والمتساوية البعد عن
المركز متساوية والتي بعدها أكثر فهي أصغر.^۴

همان طور که مشاهده می‌کنیم این قضیه به ارتباط فاصله دایره از مرکز کره با اندازه دایره می‌پردازد، در صورتی که تعریف مذکور بیانگر ارتباط فاصله دایره از مرکز کره با طول عمودی است که از مرکز کره بر دایره وارد می‌شود. مطلب دیگر این است که در برهان این قضیه فاصله دایره از مرکز کره با طول عمودی که از مرکز کره بر سطح دایره وارد می‌شود معادل در نظر گرفته شده است؛ پس نه تنها این تعریف و قضیه دو ارتباط متفاوت را تبیین می‌کنند، بلکه با وجود این تعریف است که پشتوانه ریاضی برای پرداختن به قضیه ۱-۶ فراهم می‌شود. اما گویا مغربی وجود این تعریف

۱. ترجمه: «روی کره دایره‌های هم فاصله از مرکز دایره‌هایی هستند که عمودهای وارد آمده از مرکز کره بر سطح آنها با هم مساوی باشند و دایره‌ای که عمودش بلندتر باشد، از مرکز کره دورتر است».

۲. احتمال دیگری که لورچ مطرح می‌کند این است که شاید مغربی نسخه‌ای یونانی از اگر در دست داشته است؛ اما این احتمال بسیار ضعیف است، زیرا حتی اگر بپذیریم مغربی نسخه یونانی در اختیار داشته است با توجه به شیوه تحریر مغربی و تغییرات عمده‌ای که وی در متن ایجاد کرده است به نظر نمی‌رسد که پیروی صرف از نسخه یونانی برای وی مهم باشد. لورچ عقیده دارد که وجود این تعریف لازم نیست، زیرا در قضیه ۱-۶ به این موضوع پرداخته شده است (لورچ، ص ۱۷۱).

۳. در این مقاله هر جا که لازم است نمونه‌ای از متن تحریر اگر آورده شود در صورت عدم تفاوت محتوایی بین دو تحریر، از متن تحریر طوسی استفاده می‌شود.

۴. ترجمه: «بزرگ‌ترین دایره‌های واقع بر کره از مرکز کره می‌گذرند؛ دایره‌هایی که نسبت به مرکز کره هم فاصله‌اند با هم مساویند و هر چه فاصله‌شان از مرکز کره بیشتر باشد کوچک‌ترند».

را ضروری نمی‌دانسته است و بدون ارائه این تعریف از مفهوم موجود در آن برای اثبات قضیه ۱-۶ استفاده می‌کند.

۳. قضیه‌ها

چون قضیه‌های اکر بدنه اصلی این کتاب را تشکیل می‌دهند، بیشترین تعداد تفاوت‌های تحریر طوسی و تحریر مغربی در این قسمت دیده می‌شوند. در ادامه چند نمونه از تفاوت‌ها و نقص‌هایی را که در صورت و برهان قضیه‌های این دو تحریر وجود دارند، بررسی می‌کنیم.

ادغام کردن قضیه‌ها

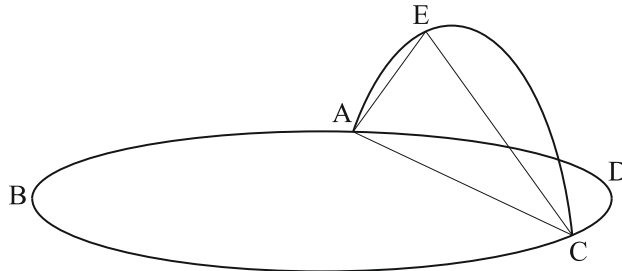
یکی از تفاوت‌های تحریر طوسی و تحریر مغربی تفاوت در تعداد قضیه‌هاست. تحریر طوسی شامل ۵۹ قضیه است، اما تحریر مغربی ۵۵ قضیه دارد. کم بودن تعداد قضیه‌ها در تحریر مغربی به دلیل حذف شدن برخی از قضیه‌ها نیست، بلکه در اثر ادغام شدن چند قضیه به وجود آمده است. قضیه‌های ۲-۱۱ و ۲-۱۶ تحریر مغربی به ترتیب حاصل ادغام شدن قضیه‌های «۲-۱۱ و ۲-۱۲» و «۲-۱۷ و ۲-۱۸» تحریر طوسی هستند. این دو جفت قضیه که عکس یکدیگرند در تحریر مغربی در قالب یک قضیه دو شرطی بیان شده‌اند.^۱ همچنین قضیه‌های ۳-۵ و ۳-۶ تحریر مغربی به ترتیب حاصل ادغام قضیه‌های «۳-۵ و ۳-۶» و «۳-۷ و ۳-۸» تحریر طوسی هستند. به نظر می‌رسد که دلیل ادغام این دو جفت قضیه در تحریر مغربی فرض‌های مشترک آنها باشد. شیوه ادغام مغربی در دو مورد اخیر به این صورت است که در هر مورد، حکم قضیه دوم بعد از بیان صورت قضیه اول و به عنوان حکم دوم قضیه مطرح می‌شود.

ترکیب کردن قضیه‌ها

مغربی قضیه ۱-۳ و ۲-۳ را با هم ترکیب می‌کند و دو قضیه با ساختاری جدید ارائه می‌کند. در این دو قضیه عناصری مشترک در حالت‌هایی متفاوت بررسی می‌شوند. مغربی این حالت‌ها را دقیق‌تر بررسی کرده است. شکل ۱ عناصر مشترک این

۱. همان گونه که در بخش «افزوده‌های طوسی» اشاره شد، قضیه ۲-۱۱ و ۲-۱۲ در برخی نسخه‌های ترجمه عربی اکر یکی شمرده شده‌اند به این معنی که برای قضیه ۲-۱۲ شماره مجزایی در نظر گرفته نشده است؛ اما در هیچ یک از نسخه‌ها این دو قضیه در قالب یک قضیه دو شرطی ادغام نشده‌اند و این شیوه فقط در تحریر مغربی دیده می‌شود.

دو قضیه را نشان می‌دهد. همان گونه که می‌بینید قطعه AEC دایره $ABCD$ را قطع کرده است و E نقطه‌ای است که این قطعه را به دو قسمت نامساوی تقسیم می‌کند.



شکل ۱

در این دو قضیه با توجه به قائم یا مایل بودن قطعه بر دایره و قطر یا غیر قطر بودن وتر AC در دایره $ABCD$ چهار حالت مختلف در نظر گرفته شده است. برای ساده شدن بحث هر یک از این حالت‌ها در جدول ۱ شماره‌گذاری شده‌اند^۱ و حکمی که در هر حالت اثبات شده نیز بیان شده است:

جدول ۱. قضیه ۱-۳ و ۲-۳ در تحریر طوسی و مغربی

قضیه ۱-۳ مغربی	قضیه ۲-۳ مغربی		
AC قطر دایره $ABCD$ است (شرط بزرگ‌تر نبودن قطعه از نیم‌دایره لازم نیست)	AC قطر دایره $ABCD$ نیست		
حالت ۲: EA کوتاه‌ترین و بلندترین خطی است که نقطه E را به محیط دایره وصل می‌کند.	حالت ۱: EA کوتاه‌ترین خطی است که نقطه E را به قوس ABC وصل می‌کند.	قطعه AEC قائم بر دایره $ABCD$ است	قضیه ۱-۳ طوسی
حالت ۴: EA کوتاه‌ترین و بلندترین خطی است که نقطه E را به قوس ABC وصل می‌کند.	حالت ۳: EA کوتاه‌ترین خطی است که نقطه E را به قوس ABC وصل می‌کند.	قطعه AEC در جهت نقطه D مایل بر دایره $ABCD$ است	قضیه ۲-۳ طوسی

طوسی، همچون متن اصلی اگر، در قضیه ۱-۳ قطعه را قائم بر دایره در نظر می‌گیرد و دو حالت ۱ و ۲ را اثبات می‌کند. در صورت این قضیه در متن اصلی اگر

۱. شماره‌گذاری حالت‌ها به ترتیبی است که در تحریر طوسی به آنها پرداخته شده است.

فرض می‌شود که قطعه AEC از نیم‌دایره بزرگ‌تر نیست؛ اما طوسی، همان گونه که در بخش «افزوده‌های طوسی» اشاره شد، در پایان برهان این قضیه بیان می‌کند که این شرط در حالت ۲ لازم نیست (جدول ۱). او در قضیه ۳-۲ قطعه را مایل فرض کرده و حالت ۳ را اثبات می‌کند و حالت ۴ را که در متن اصلی اگر به آن اشاره‌ای نشده است بعد از برهان قضیه ۳-۲ آورده است، اما اشاره نمی‌کند که شرط مورد نظر در این حالت هم زائد است.

مغربی در قضیه ۳-۱ فرض می‌کند که AC قطر دایره $ABCD$ است و حالت ۲ و ۴ را اثبات می‌کند. او حکم این قضیه را در حالت ۲ این طور بیان می‌کند:

« EA کوتاه‌ترین خطی است که از نقطه E بر محیط دایره $ABCD$ رسم می‌شود و خطوط ترسیم شده از نقطه E بر محیط دایره $ABCD$ هر چه به وتر EA نزدیک‌تر باشند کوتاه‌تر از خطوط دورترند و بزرگ‌ترینشان EC است.»

جمله‌ای که زیر آن خط کشیده شده به حکم این حالت در متن اصلی اگر اضافه شده است؛ البته، چه در تحریر طوسی و چه در تحریر مغربی، نشان دادن درستی این جمله قسمتی از برهان است. در حالت ۴ نیز جمله «خطوط ترسیم شده از نقطه E بر قوس ABC هر چه به وتر EA نزدیک‌تر باشند کوتاه‌تر از خطوط دورترند» اضافه شده است. همچنین او در قضیه ۳-۲ تحریر خود AC را وتر غیر قطر دایره $ABCD$ در نظر می‌گیرد و حالت ۱ و ۳ را ثابت می‌کند.^۱ او جمله‌هایی مشابه با جمله‌های اضافه شده به حکم قضیه ۳-۱ را به حکم این قضیه نیز اضافه می‌کند. مغربی برای هر چهار حالت شکلی جداگانه رسم کرده است.

مغربی شرط بزرگ‌تر نبودن قطعه از نیم‌دایره‌اش را در صورت قضیه ۳-۱ نیاورده است و در پایان برهان قضیه تصریح می‌کند که اگر عمودی که از نقطه E بر سطح دایره $ABCD$ وارد می‌شود، خارج دایره بیفتد، حکم همچنان برقرار است؛ این حالت زمانی پیش می‌آید که قطعه AEC بزرگ‌تر از نیم‌دایره باشد. او که، بر خلاف طوسی، به متن اصلی پایبند نیست، ترکیبی را برای این دو قضیه در نظر گرفته است که اجازه می‌دهد شرط مذکور از صورت قضیه ۳-۱ حذف شود و نیازی به تذکر جداگانه آن نباشد. مغربی با وجود اینکه شرط مذکور را در صورت قضیه ۳-۲ آورده است، در برهان قضیه می‌گوید که اگر عمودی که از نقطه E بر سطح دایره $ABCD$ وارد می‌شود

۱. قضیه ۳-۲ تحریر مغربی در نسخه ۵۵۶ افتاده است.

خارج دایره بیفتد حکم همچنان برقرار است؛ با کمی توجه درمی یابیم که در حالت ۳ ممکن است وضعیتی پیش بیاید که با وجود رعایت شرط عمود خارج دایره بیفتد اما به این نکته در تحریر طوسی اشاره ای نشده است.

تفاوت در صورت قضیه ها

صورت برخی از قضیه ها در تحریر مغربی با صورت همین قضیه ها در تحریر طوسی و نسخه های ترجمه عربی اگر متفاوت است. اختلاف صورت این قضیه ها ناشی از تفاوت در عبارت ها و در چند مورد تفاوت در بیان حکم قضیه است. در ادامه دو مثال ذکر می شود که یکی از آنها تفاوت در عبارت ها و دومی تفاوت در بیان حکم قضیه را نشان می دهد. مقایسه صورت قضیه ۲-۱۴ در متن عربی کهن، صورت قضیه ۲-۱۵ در نسخه K و تحریر طوسی و صورت قضیه ۲-۱۴ در تحریر مغربی بیانگر تفاوت در عبارت ها و شیوه بیان است. در این قضیه قرار است دایره عظیمه ای رسم شود که از نقطه معلومی می گذرد و بر دایره غیر عظیمه ای (صغیره) مماس می شود. در برهان قضیه مذکور نشان داده می شود که با این شرایط دو دایره عظیمه می توان رسم کرد. صورت این قضیه در چهار رساله مذکور به صورت زیر است:

صورت قضیه ۲-۱۴ متن عربی کهن

إذا كانت في كرة دایرة معلومة أصغر من الدایرة العظمی و كانت علی سطح
الكرة نقطة معلومة فیما بین الدایرة التي ذكرنا و بین الدایرة التي تساویها
وتوازیها وأردنا أن نرسم دایرة عظیمة تمر بالنقطة المعلومة و تماس الدایرة التي
لیست بعظیمة...

قضیه ۲-۱۵ نسخه K

نرید أن نرسم دایرتین عظیمتین علی علامة مفروضة علی بسیط الكرة تماسان
دایرة علی الكرة لیست بالعظیمة والعلامة المفروضة بین هذه الدایرة والدایرة
الأخری الموازیة المساویة لها.^۲

۱. ترجمه: «اگر در یک کره دایره معلومی کوچک تر از یک دایره عظیمه باشد و روی سطح کره بین دایره ای که بیان کردیم و دایره ای موازی و مساوی با آن نقطه معلومی باشد و بخواهیم دایره عظیمه ای رسم کنیم که از نقطه معلوم بگذرد و بر دایره ای که عظیمه نیست، مماس باشد...».

۲. ترجمه: «می خواهیم بر سطح کره دو دایره عظیمه رسم کنیم که از نقطه مفروضی بگذرند و بر دایره ای که عظیمه نیست مماس باشند و نقطه مفروض بین این دایره و دایره دیگری که موازی و مساوی با آن است، قرار دارد».

صورت قضیه ۲-۱۵ تحریر طوسی

إذا كانت في كرة دائرة غير عظيمة ونقطة مفروضة فيما بينها وبين الدائرة التي تساويها وتوازيها فلنا أن نرسم دائرة عظيمة تمر بتلك النقطة وتماس تلك الدائرة.^۱

صورت قضیه ۲-۱۴ تحریر مغربی

نريد أن نرسم دائرتين عظيمتين تمران بنقطة معلومة على بسيط كرة ويماسان دائرة أخرى معلومة غير عظيمة و ينبغي أن يكون النقطة المعلومة بين الدائرة المفروضة وبين الدائرة التي تساويها وتوازيها.^۲

همان طور که مشاهده می‌کنیم صورت این قضیه در متن عربی کهن از اثبات قضیه جدا نیست و تحریر مغربی و نسخه K به رسم دو دایره عظیمه در صورت قضیه اشاره می‌کنند؛ اما صورت این قضیه در تحریر طوسی به شیوه رایج در آثار ریاضی به صورت مجزا از برهان قضیه بیان شده است. در این شیوه، حالت‌های مختلف جواب یک قضیه در برهان آن قضیه مطرح می‌شوند. قضیه ۲-۲۰ متن عربی کهن، قضیه ۲-۲۱ تحریر طوسی و قضیه ۲-۱۹ تحریر مغربی مثالی از تفاوت در حکم قضیه است:^۳ صورت قضیه ۲-۲۰ متن عربی کهن

إذا كانت على أكر متساوية دوائر عظيمة مائلة على دوائر أخرى عظيمة فأی دائرة إتفق أن يكون قطبها أعلى فهي أكثر ميلاً على صاحبها وأما الدوائر التي بعد أقطابها من سطوح الدوائر التي هي قائمة عليها بعد متساو فإن ميلها يكون ميلاً متساوياً.^۴

۱. ترجمه: «اگر در یک کره دایره‌ای غیر عظیمه و نقطه‌ای مفروض داشته باشیم که بین این دایره و دایره مساوی و موازی با آن واقع باشد، می‌توانیم دایره عظیمه‌ای رسم کنیم که از آن نقطه بگذرد و بر آن دایره مماس باشد».
۲. ترجمه: «می‌خواهیم دو دایره عظیمه رسم کنیم که از نقطه معلومی بر سطح کره بگذرند و بر دایره دیگری که معلوم و غیر عظیمه است، مماس باشند و نقطه معلوم باید بین دایره مفروض و دایره‌ای که موازی و مساوی با آن است، واقع باشد».

۳. همان‌گونه که پیش‌تر گفته شد از قضیه ۲-۱۱ به بعد، شماره قضیه‌ها در متن عربی کهن، تحریر طوسی و تحریر مغربی با هم متفاوتند.

۴. ترجمه: «اگر در کره‌ای مساوی دایره‌های عظیمه‌ای بر دایره‌های عظیمه دیگر مایل باشند، هر دایره‌ای که قطبش بالاتر باشد میلش بر دایره عظیمه کنارش بیشتر است و اما دایره‌هایی که فاصله قطبشان از سطح دایره‌هایی که به آنها قائم است با هم مساوی باشد میلشان با هم مساوی است».

صورت قضیه ۲-۲۱ تحریر طوسی

الدوائر العظيمة المائلة على غيرها من العظيمة في الأكر المتساوية فما كان قطبها أعلى فهي أكثر ميلاً وما كانت أبعد أقطابها من سطوح الدوائر التي هي مائلة عليها متساوية فإن ميولها متساوية.^۱

صورت قضیه ۲-۱۹ تحریر مغربی

إذا كانت على أكر متساوية دوائر عظام مائلة بعضها على بعض فإن كانت متساوية الميل فإن ارتفاع أقطابها عن سطوح الدوائر التي هي مائلة عليها متساوية والتي قطبها أرفع فهي أكثر ميلاً وبالعكس.^۲

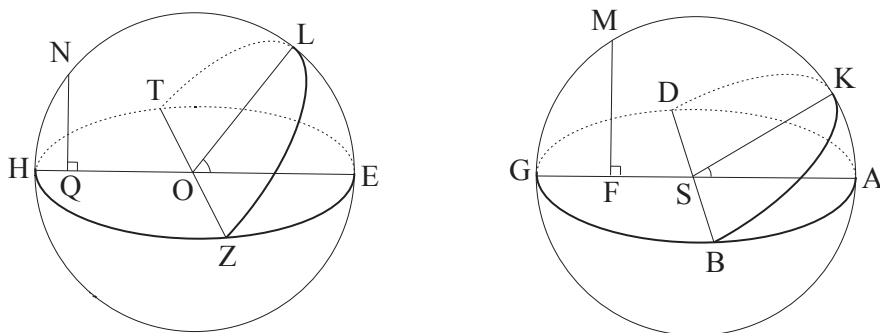
همان گونه که در متن عربی کهن و تحریر طوسی دیده می شود این قضیه بیان می کند که اگر دایره های عظیمه ای روی کره های مساوی بر دایره های عظیمه دیگر مایل باشند:

الف) میل دایره عظیمه ای که قطبش بالاتر است بیشتر است؛ ب) دایره های عظیمه ای که فاصله قطبشان از سطح دایره هایی که بر آنها مایلند با هم مساوی است، میلشان با هم مساوی است.

اما مغربی علاوه بر آنکه قسمت (الف) و (ب) این قضیه و فرض و حکم قسمت (ب) را جا به جا کرده است، قضیه را به صورت دو شرطی بیان می کند. برای بررسی این مطلب که آیا تغییرات اعمال شده در این قضیه به برهان صدمه ای زده است یا نه، نگاهی به اثبات امروزی قضیه ۲-۱۹ تحریر مغربی می اندازیم:

۱. ترجمه: «در کره های مساوی دایره های عظیمه ای بر دایره های عظیمه دیگر مایل هستند؛ دایره عظیمه ای که قطبش بالاتر است میلش بیشتر است و دایره های عظیمه ای که فاصله قطبهایشان از سطح دایره هایی که بر آنها مایلند با هم مساوی است میلشان با هم مساوی است».

۲. ترجمه: «هرگاه در کره های مساوی بعضی از دایره های عظیمه بر بعضی دیگر مایل باشند، پس اگر میلشان با هم مساوی باشد ارتفاع قطبهایشان از سطح دایره هایی که بر آنها مایلند با هم مساوی است و دایره عظیمه ای که قطبش بالاتر است میلش بیشتر است و بر عکس».



شکل ۲. شکل بازسازی شده قضیه ۲-۱۹ تحریر مغربی

در دو کره مساوی دایره عظیمه BKD با قطب M بر دایره عظیمه $ABGD$ و دایره عظیمه ZLT با قطب N بر دایره عظیمه $EZHT$ مایلند. فرض می‌کنیم میل دو دایره BKD و ZLT با هم مساوی باشند؛ می‌خواهیم ثابت کنیم فاصله نقطه M از دایره $ABGD$ برابر است با فاصله نقطه N از دایره $EZHT$.

در هر کره دایره عظیمه‌ای رسم می‌کنیم که از M و N و از قطب دو دایره $ABGD$ و $EZHT$ بگذرند (طبق قضیه ۱-۲۱) و آنها را AMG و ENH می‌نامیم. نقطه تقاطع فصل مشترک این دایره‌های عظیمه مرکز دو کره هستند؛ داریم (طبق قضیه ۱-۱۶):

$$BS \perp AS, BS \perp KS, ZO \perp EO, ZO \perp LO$$

از نقطه M و N عمودی بر سطح دو دایره $ABGD$ و $EZHT$ رسم می‌کنیم. طبق تعریف، زاویه KSA اندازه میل دایره BKD بر دایره $ABGD$ و زاویه LOE اندازه میل دایره ZLT بر دایره $EZHT$ است. بر اساس فرض قضیه:

$$\angle KSA = \angle LOE \rightarrow KA = LE \quad (۱)$$

از آنجا که M قطب دایره BKD و N قطب دایره ZLT است، داریم:

$$NL = MK = 90 \quad (۲)$$

$$(۱) \text{ و } (۲) \rightarrow MG = NH \rightarrow MF = NQ$$

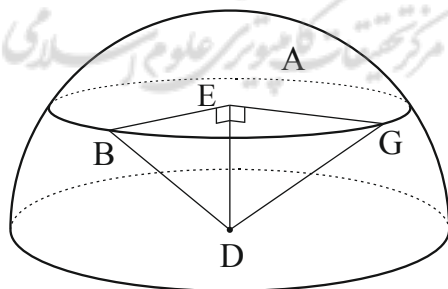
در نتیجه فاصله نقطه M از دایره $ABGD$ برابر است با فاصله نقطه N از دایره $EZHT$.

برهان قسمت (ب) این قضیه نیز مستقل از برهان قسمت (الف) و با همین شیوه انجام می‌شود، پس جابه‌جا کردن این دو قسمت در برهان اشکالی به وجود نمی‌آورد. اثبات عکس هر دو قسمت این قضیه به سادگی و به شیوه بازگشتی امکان پذیر است.

مغربی هم برای اثبات حالت عکس به بیان عبارت «عکسه فظاهر» بسنده می‌کند. در نتیجه با وجود تغییرات در صورت قضیه، برهان قضیه صحیح است. بیان این قضیه در حالت دو شرطی را می‌توان از امتیازات تحریر مغربی به حساب آورد اما اینکه چرا مغربی قسمت (الف) و (ب) این قضیه در متن اصلی اگر و فرض و حکم قسمت (ب) را جابه‌جا کرده است بر ما معلوم نیست.

استفاده از عناصر اضافی در برهان قضیه

مغربی در برخی از قضیه‌ها علاوه بر عناصری که در برهان قضیه مورد نظر در متن عربی کهن و تحریر طوسی معرفی و استفاده شده‌اند، یک عضو جدید مانند یک نقطه یا یک دایره را معرفی می‌کند و در برهان قضیه به کار می‌برد، در صورتی که برهان همین قضیه در متن عربی کهن و تحریر طوسی بدون اضافه شدن این عضو جدید کامل است. مغربی دلیلی برای این عمل خود ذکر نمی‌کند و چون از نظر ریاضی برهانی ارجح است که در آن عناصر کمتری به کار رفته باشد، به نظر می‌رسد که توجیهی برای این کار مغربی وجود نداشته باشد. برای مثال برهان قضیه ۱-۱ در متن عربی کهن، تحریر طوسی و تحریر مغربی را بررسی می‌کنیم. این قضیه بیان می‌کند که سطح مقطع یک کره و یک صفحه، یک دایره است و با توجه به شکل ۳، در متن عربی کهن و تحریر طوسی به صورت زیر اثبات شده است:

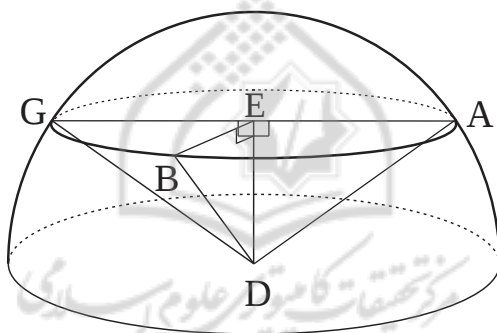


شکل ۳. شکل بازسازی شده قضیه ۱-۱ تحریر طوسی

فصل مشترک کره‌ای به مرکز D را با صفحه P ، ABG می‌نامیم. اگر صفحه P از مرکز کره بگذرد، با توجه به تعریف کره، همه خطوط خارج شده از مرکز کره به فصل مشترک با هم مساویند؛ پس ABG یک دایره است که با کره هم مرکز است. اگر صفحه P از مرکز کره نگذرد، عمود DE را از مرکز کره بر سطح ABG وارد می‌کنیم. خطوط EB و EG را به دلخواه رسم کرده و B و G را به نقطه D وصل می‌کنیم. چون

در دو مثلث قائم الزاویه DEB و DEG ، ضلع DE مشترک است و دو ضلع DG و DB شعاع کره و با هم مساویند، پس دو ضلع EB و EG نیز با هم مساویند. به همین صورت می‌توان نشان داد که سایر خطوط خارج شده از E به محیط ABG با هم مساویند، پس فصل مشترک ABG دایره‌ای به مرکز E است.

اما همان طور که در شکل ۴ دیده می‌شود مغربی علاوه بر خطوط EB و EG ، خط EA و سپس مثلث EDA را رسم می‌کند. او با همان روشی که در متن عربی کهن و تحریر طوسی آمده است نشان می‌دهد که سه ضلع EB ، EG و EA با هم مساویند و در نتیجه سایر خطوط خارج شده از E به محیط ABG با هم مساویند، پس فصل مشترک ABG دایره‌ای به مرکز E است. از آنجا که دو نقطه B و G دلخواه هستند، با نشان دادن این نکته که EB مساوی با EG است نتیجه مطلوب به دست می‌آید و لازم نیست نقطه A اضافه شود.

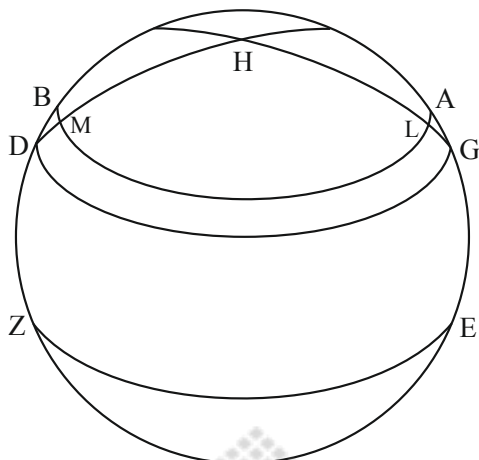


شکل ۴. شکل بازسازی شده قضیه ۱-۱ تحریر مغربی

اشکال در قسمتی از برهان

در قضیه ۲-۲۰ تحریر طوسی و قضیه ۲-۱۸ تحریر مغربی ثابت می‌شود که (بنگرید به شکل ۵) اگر دایره عظیمه $ABZE$ دایره‌های موازی AB ، GD و EZ را قطع کند و از قطبهایشان نگذرد، قوس $ALMB$ که نسبت به قوس GD به قطب H (قطب ظاهر) نزدیک‌تر است از قوسی روی دایره AB که شیه قوس GD است، بزرگ‌تر است. طوسی برای اثبات این قضیه همچون متن عربی کهن دو دایره عظیمه رسم می‌کند که از نقطه H و دو نقطه D و G بگذرد (با استفاده از قضیه ۱-۲۱). این دو دایره از دایره AB قوس LM را جدا می‌کنند. چون $LM \approx GD$ (با استفاده از قضیه ۲-۱۰)

و قوس $ALMB$ از قوس LM بزرگ‌تر است، پس قضیه اثبات می‌شود. تا اینجا برهان مغربی هم به همین صورت است.



شکل ۵. شکل بازسازی شده قضیه ۲-۲۰ تحریر طوسی

در ادامه در متن عربی کهن و تحریر طوسی بیان می‌شود که با رسم دو دایره عظیمه‌ای که از نقطه H و دو نقطه E و Z می‌گذرند، همین مطلب را می‌توان در مورد دو قوس GD و EZ نیز نشان داد. مغربی برای این دو قوس از همان دو دایره عظیمه‌ای که برای دو قوس AB و GD رسم شده بود، استفاده می‌کند؛ اما همان‌طور که در برهان دیدیم دو دایره عظیمه‌ای که برای هر دو قوس دلخواه رسم می‌شوند باید از قطب ظاهر و دو سر قوس دورتر به قطب ظاهر بگذرند، در نتیجه این قسمت از برهان در تحریر مغربی صحیح نیست. همچنین وی در ادامه پیشنهاد می‌کند که برای قوس EZ و قوسی که روی دایره‌ای دورتر از دایره EZ است، دو دایره عظیمه‌ای رسم شوند که از H و دو نقطه E و Z می‌گذرند؛ این قسمت نیز با توجه به قاعده‌ای که در بالا اشاره شد، اشتباه است.

قابل ذکر است که اگر فرض کنیم دایره عظیمه موازی است و قوس دورتر به قطب ظاهر را روی دایره EZ در نظر بگیریم، آنگاه با رسم یک دایره عظیمه که از قطب ظاهر می‌گذرد، می‌توان اثبات را انجام داد. با توجه به نکته‌ای که در بالا به آن اشاره شد این روش در حالتی کاربرد دارد که دایره نزدیک‌تر به قطب ظاهر، بین قطب ظاهر و دایره عظیمه موازی واقع باشد. در پایان برهان این قضیه در متن عربی کهن و

تحریر طوسی به این روش اشاره شده است، اما صحبتی از محدودیت این روش به میان نیامده است. به روش اخیر در برهان مغربی اشاره‌ای نشده است.

تفاوت در برهان

در قضیه ۲-۱۸ تحریر طوسی و عکس قضیه ۲-۱۶ تحریر مغربی نشان داده می‌شود که دایره‌های مساوی و موازی در یک کره، از دایره عظیمه‌ای که قطعشان می‌کند قوس‌هایی مساوی را از محل اتصال دایره عظیمه موازیشان جدا می‌کنند و دایره موازی بزرگ‌تر قوس کوچک‌تری جدا می‌کند. طوسی و مغربی حکم اول این قضیه را با استفاده از برهان خلف اثبات می‌کنند، اما فرض خلف آنها با هم متفاوت است. طوسی فرض می‌کند که دو قوس جدا شده نامساوی هستند و آنگاه با استفاده از حکم اول قضیه ۲-۱۷ در تحریر خود^۱ ثابت می‌کند که این دو قوس مساویند؛ اما مغربی فرض می‌کند که یکی از این دو قوس از دیگری بزرگ‌تر است و سپس با استفاده از حکم دوم قسمت اول همین قضیه در تحریر خود (قسمت دوم قضیه ۲-۱۷ در تحریر طوسی) ثابت می‌کند که این دو قوس مساویند. حکم دوم این قضیه نیز اثبات ساده‌ای دارد که به روش برهان خلف و با استفاده از نتیجه قضیه ۲-۱۷ تحریر طوسی ثابت می‌شود، اما مغربی این حکم را اثبات نکرده است.

ابهام در برهان

در قسمتی از برهان قضیه ۳-۶ و ۳-۱۰ تحریر طوسی و ترجمه‌های عربی اگر ابهام وجود دارد، به این معنا که نیاز به توضیحی تکمیلی دارند تا فهمشان ساده شود. مغربی ابهام قضیه ۳-۶ تحریر طوسی را با لم سوم و چهارمی که در تحریر خود آورده است^۲ و ابهام قضیه ۳-۱۰ تحریر طوسی را با توضیح بیشتری که به متن برهان این قضیه اضافه می‌کند، برطرف کرده است.

۱. ترجمه قضیه ۲-۱۷ تحریر طوسی: «در یک کره دایره‌های موازی که از محل تقاطع یک دایره عظیمه با دایره عظیمه موازی با آنها، روی دایره عظیمه قوس‌هایی مساوی جدا کنند، با هم مساویند؛ و دایره موازی که قوس‌های بزرگ‌تری جدا کند، کوچک‌تر است».

۲. محمد باقر یزدی در حاشیه یکی از نسخه‌های تحریر طوسی توضیحی داده است که این توضیح بدون اشاره به این دو لم، ابهام برهان طوسی را برطرف می‌کند (برای دیدن این حاشیه که در نسخه ۲/۲۴۳۲ کتابخانه مرکزی دانشگاه آمده است نک: امیری مقدم، ص ۱۴۲).

۴. شکل‌ها

شکل‌های ترسیم شده برای هر یک از قضیه‌های ۱۸ در نسخه‌های مختلف ترجمه عربی ۱۸، تحریر طوسی و تحریر مغربی تفاوت‌هایی با هم دارند. این تفاوت‌ها که شامل تفاوت در نام‌گذاری شکل‌ها و تفاوت در جهت شکل‌ها می‌شوند (برای نمونه نک: کونیچ و لورچ، صص ۳۲۸-۳۴۱)، در تحریر مغربی فراگیرترند؛ اما شکل‌های تحریر طوسی و تحریر مغربی علاوه بر این تفاوت‌های مرسوم، تفاوت‌های دیگری دارند که در ادامه به آنها اشاره می‌کنیم:

۱. شکل قضیه ۱-۱ تحریر مغربی به دلیل تفاوت در برهان با شکل همین قضیه در تحریر طوسی متفاوت است (بنگرید به شکل ۳ و ۴).
۲. شکل ۸-۱، ۱۹ در تحریر مغربی درست به همان صورت برای قضیه ۱-۱۰ و ۱۱-۱ نیز رسم شده است. شکل این قضیه‌ها با وجود اینکه شباهت زیادی به هم دارند، اما برخی از خط‌های شکل ۸-۱، ۹، برای قضیه ۱-۱۰ و برخی دیگر برای قضیه ۱-۱۱ اضافی هستند. در سایر متن‌ها از جمله تحریر طوسی سه شکل متفاوت برای این قضیه‌ها رسم شده است.
۳. در همه متن‌ها به جز تحریر طوسی برای قضیه ۱-۲ و ۲-۲ که عکس یکدیگرند دو شکل یکسان رسم شده است، اما در تحریر طوسی یک شکل برای قضیه ۱-۲ رسم شده و شکل قضیه ۲-۲ توسط عبارت «والشکل کما تقدّم» که در انتهای برهان این قضیه آمده است، به شکل قضیه ۱-۲ ارجاع داده شده است.
۴. برای حالت دوم قضیه ۲-۱۴ در تحریر مغربی شکلی جداگانه رسم شده است که این شکل در سایر متن‌ها وجود ندارد؛ البته شکل حالت اول برای هر دو حالت این قضیه کفایت می‌کند.
۵. برای هر یک از قضیه‌های تحریر مغربی که حاصل ادغام دو قضیه از تحریر طوسی هستند (قضیه‌های ۲-۱۱، ۲-۱۶، ۳-۵ و ۳-۶ تحریر مغربی)، یک شکل رسم شده است؛ در صورتی که هر یک از این قضیه‌ها در تحریر طوسی شکلی جداگانه داشته‌اند (به جز قضیه ۲-۱۱ و ۲-۱۲ تحریر طوسی که در

۱. در همه متن‌ها یک شکل برای دو قضیه ۸-۱ و ۹-۱ رسم شده است؛ به همین علت این شکل را ۹-۸ نام نهاده‌ایم.

همه متن‌ها یک شکل دارند). مغربی برای این قضیه‌ها به گونه‌ای شکل رسم کرده است که برای هر دو قضیه قابل استفاده باشد؛ البته شکل قضیه ۳-۵ و ۳-۶ تحریر مغربی به دلیل وجود عناصر بسیار، آنقدر شلوغ شده‌اند که در نسخه‌ها کامل رسم نشده‌اند و اگر در نسخه‌ای کامل رسم شده باشند، آنقدر پیچیده هستند که به راحتی نمی‌توان از آنها استفاده کرد.

۶. همان طور که در قسمت ترکیب قضیه‌ها نیز گفته شد شرایط دو قضیه ۳-۱ و ۳-۲ تحریر مغربی ایجاب می‌کند که برای هر یک از این قضیه‌ها دو شکل رسم شود، در حالی که هر یک از این دو قضیه در سایر متن‌ها و در تحریر طوسی یک شکل دارند.

۷. مغربی برای دو حالت قضیه ۳-۳ یک شکل رسم کرده است، در صورتی که این قضیه در سایر متن‌ها دو شکل دارد و البته همان یک شکل برای هر دو حالت این قضیه کفایت می‌کند.

۵. لم‌ها

یکی دیگر از تفاوت‌های تحریر طوسی و تحریر مغربی لم‌هایی (قضایای فرعی‌ای) است که در هر یک از این دو تحریر به کار رفته است. لم‌ها در هر دو تحریر مقدمه نامیده شده‌اند. تحریر طوسی سه لم دارد که هر سه مربوط به مقاله سوم هستند؛ اما تحریر مغربی قبل از این سه لم، پنج لم دیگر دارد که یکی از آنها در مقاله دوم و باقی آنها در مقاله سوم آمده‌اند. طوسی هر لم را بعد از آخرین قضیه‌ای که در آن از لم مورد نظر استفاده کرده است، بیان و اثبات می‌کند اما مغربی هر لم را قبل از اولین قضیه‌ای می‌آورد که لم در آن به کار رفته است. در ادامه راجع به لم‌های مشابه دو تحریر و سپس لم‌هایی که فقط در تحریر مغربی آمده‌اند، توضیحاتی بیان می‌شود. در جدول ۲ موضع لم‌ها را در دو تحریر نشان می‌دهد، لم‌های مشابه زیر هم قرار گرفته‌اند:

جدول ۲

قضیه‌هایی که به همراه آنها لم آمده است							
تحریر طوسی	۱۱-۲	۴-۳	۵-۳	۵-۳	۶-۳	۷-۳	۹-۳
تحریر مغربی	۱۱-۲	۴-۳	۵-۳	۵-۳	۶-۳	۷-۳	۹-۳

لم‌های مشابه در هر دو تحریر

برهان اولین لم مشابه در تحریر طوسی و مغربی دقیقاً مثل هم نیست، اما هر دو تحریر وجود مقدار مطلوب در لم را با روش دونیم کردن پاره‌خط اثبات می‌کنند. طوسی دومین لم را به ثابت بن قره نسبت می‌دهد^۱ و بعد از بیان صورت لم دو برهان برای آن می‌آورد، اما مغربی فقط برهان دوم طوسی را برای این لم بیان می‌کند و به ثابت بن قره اشاره‌ای نمی‌کند. این لم تنها لمی است که در برخی از نسخه‌های ترجمه عربی اگر آمده است (کونیچ و لورچ، صص ۳۱۶-۳۲۱).

طوسی سومین لم را «مقدمه» خوانده است و در ابتدای آن از نتیجه‌ای که بعد از قضیه ۲-۱۴ گرفته بود، استفاده می‌کند.^۲ همچنین او در پایان برهان لم، به شباهت و تفاوت این لم با قضیه ۲-۱۱ اشاره می‌کند:

... بمثل ما مرّ في الشكل الحادي عشر من المقالة الثانية والفرق أن البيان هناك كان في دائرتين متساويتين وهنا في دائرة واحدة.^۳

مغربی، هرچند در برهان لم سوم از قضیه‌های گذشته استفاده می‌کند، ولی به آنها اشاره‌ای نکرده است.

لم‌هایی که فقط در تحریر مغربی آمده‌اند

پنج لمی که فقط مغربی در تحریرش آورده است برای اثبات قضیه‌ها ضروری نیستند. هر چند که این پنج لم در برهان قضیه بعد از خود استفاده شده‌اند، اما هر کدام قضیه‌ای ساده هستند که نبودنشان خدشه‌ای به برهان وارد نمی‌کند. برای نمونه، به دو لم از این پنج لم و اهمیتشان در برهان قضیه اشاره می‌کنیم:

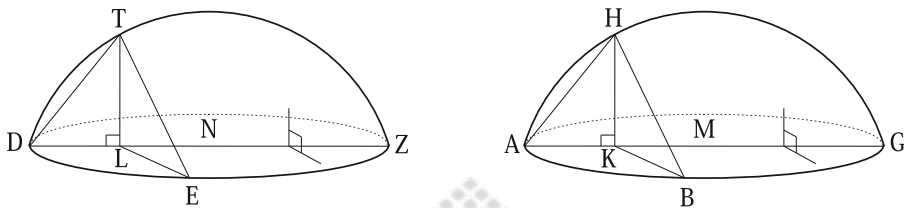
۱. جمله‌ای که طوسی قبل از بیان صورت این لم می‌آورد چنین است: «أقول وقد يوجد في بعض النسخ شكل لبیان المقدمة المستعملة ههنا لثابت وتقريره هكذا»؛ ترجمه: «گویم، در برخی از نسخه‌ها قضیه‌ای از ثابت [بن قره] یافت می‌شود که برای بیان مقدمه‌ای که در اینجا استفاده شده لازم است. بیان این قضیه چنین است».

۲. طوسی در انتهای قضیه ۲-۱۴ می‌گوید: «وسيقع إلى ذلك إحتیاج فیما یأتی من بعد» [ترجمه: «به این مطلب در آنچه پیش‌تر خواهد آمد، نیاز پیدا می‌کنیم»] و در ابتدای این لم می‌گوید: «قد تبین ممّا مرّ في آخر الشكل الرابع عشر من المقالة الثانية ...» [ترجمه: «بر اساس آنچه در انتهای قضیه چهارده از مقاله دوم آمد، نشان داده می‌شود که ...»].

۳. ترجمه: «... مانند آنچه در قضیه یازده از مقاله دوم گفته شد، با این تفاوت که آن قضیه در مورد دو دایره مساوی بود و اینجا در مورد یک دایره است».

مغربی اولین لم تحریر خود را در اثبات قضیه ۲-۱۱ و در شرایط مشابهی در قضیه ۳-۳ به کار برده است.

صورت قضیه ۲-۱۱: بر قطر دو دایره مساوی ABG و DEZ ، دو قطعه مساوی AHG و DTZ از دو دایره مساوی را عمود می‌کنیم. اگر از انتهای قطرها، دو قوس مساوی AH و DT را که از نصف دو قطعه کمترند روی قطعه‌ها جدا کنیم و دو خط مساوی HB و TE را به محیط دایره‌های ABG و DEZ وصل کنیم، دو قوس AB و DE با هم مساویند.

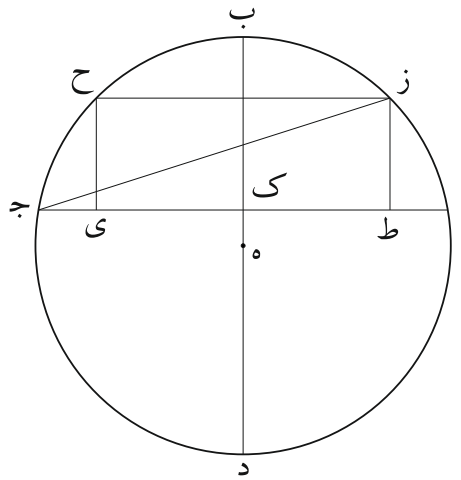


شکل ۶

در ابتدای برهان این قضیه دو عمود HK و TL را بر سطح دو دایره ABG و DEZ وارد می‌کنیم. طوسی از مساوی بودن دو قطعه AHG و DTZ ، دو خط AG و DZ و دو قوس AH و DT نتیجه گرفته است که $HK = TL$ و $AK = DL$. مغربی برای بیان درستی این دو تساوی لم زیر را که دو حکم دارد، بیان می‌کند:

لیکون دایره AB جد مرکزها ه و اخرج فیها وتر $اج$ قطرا کان او غیره وفصلت قوس از $ک$ قوس $ح$ و اخرج من نقطتی $ز$ ح عمودی $زط$ حی فأقول انهما متساویان وإذا اخرج قطر $به$ بنصف وتر $اج$ علی $ک$ فأقول إن خطی $طک$ کی متساویان.^۱

۱. ترجمه: «دایره AB جد را در نظر می‌گیریم که مرکزها $ه$ است و وتر $اج$ را خارج می‌کنیم، خواه قطر باشد یا نباشد. قوس از $ا$ مانند قوس $ح$ جدا می‌کنیم و از دو نقطه $ز$ ح دو عمود $زط$ حی را خارج می‌کنیم؛ گوییم: این دو مساویند و اگر قطر $به$ وتر $اج$ را در نقطه $ک$ نصف کند؛ گوییم: دو خط $طک$ کی مساویند».



شکل ۷. شکل لم اول تحریر مغربی

اما در حاشیه تعدادی از نسخه‌های تحریر طوسی^۱ آمده است که دو تساوی اخیر از تطبیق دو شکل حاصل می‌شود پس در نتیجه نیازی نیست که اثباتی جداگانه و یا لمی برای اثبات این دو تساوی آورده شود؛ اگر هم بخواهیم اثباتی بیاوریم به سادگی از تساوی دو مثلث AHK و DTL نتیجه حاصل می‌شود، همان گونه که در حاشیه یکی از نسخه‌های تحریر طوسی^۲ آمده است.

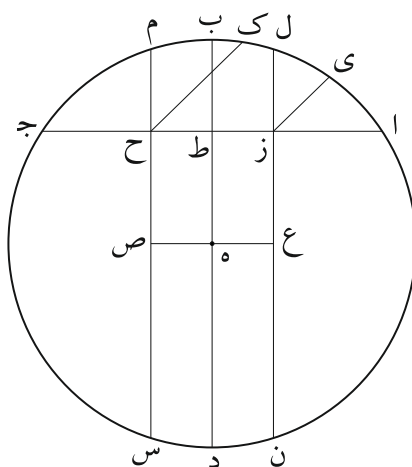
دومین لم تحریر مغربی در قضیه ۳-۴ به کار رفته است. با توجه به شکل ۸، در قسمتی از برهان این قضیه می‌خواهیم نشان دهیم که اگر $\overline{زط}$ با $\overline{طح}$ مساوی و زاویه حاده $\overline{ازی}$ با زاویه حاده $\overline{احک}$ مساوی باشد، قوس $\overline{ای}$ از قوس $\overline{کج}$ کوچک‌تر است. مغربی درستی این نامساوی را در لم زیر نشان داده است:

لیکن دایره $\overline{ابجد}$ مرکزها $\overline{ه}$ و قطرها $\overline{به}$ بنصف وتر $\overline{اطج}$ علی $\overline{ط}$ و کذلک قوس $\overline{ابج}$ علی $\overline{ب}$ و فصل خط $\overline{زط}$ کخط $\overline{طح}$ و عملت زاویه $\overline{ازی}$ الحاده کزاویه $\overline{احک}$ الحاده فأقول إن قوس $\overline{ای}$ اصغر من قوس $\overline{کج}$.^۳

۱. به عنوان مثال می‌توان به نسخه ۳۹۳۴ مجلس شورای اسلامی، نسخه ۳۴۹۵ مسجد اعظم قم، نسخه ۲۴۳۲ دانشگاه تهران و نسخه ۵۹۷ مدرسه سپهسالار اشاره کرد.

۲. نسخه ۳۴۸۴/۲، کتابخانه ملی تبریز، گ ۱۵ ظ.

۳. ترجمه: «دایره $\overline{ابجد}$ را در نظر می‌گیریم که مرکزش $\overline{ه}$ است. قطر $\overline{به}$ وتر $\overline{اطج}$ را در نقطه $\overline{ط}$ و قوس $\overline{ابج}$ را در نقطه $\overline{ب}$ نصف می‌کند. خط $\overline{زط}$ را مانند خط $\overline{طح}$ جدا می‌کنیم و زاویه حاده $\overline{ازی}$ را مانند زاویه حاده $\overline{احک}$ رسم می‌کنیم؛ گوییم: قوس $\overline{ای}$ کوچک‌تر از قوس $\overline{کج}$ است.»



شکل ۸. شکل لم دوم تحریر مغربی

اما طوسی این نامساوی را بدون توضیحات بیشتر و به طور مستقیم از فرض‌های مذکور نتیجه می‌گیرد. به نظر نمی‌رسد که نشان دادن درستی این نامساوی ساده برای مخاطب اگر که قرار است اصول اقلیدس را خوانده باشد و حالا مشغول خواندن قضیه‌های پیچیده اگر در مقاله سوم است مسأله‌ای باشد که لمی جداگانه نیاز داشته باشد و در نتیجه لم مغربی مزیتی بر برهان قضیه نمی‌افزاید.^۱

همان طور که اشاره شد، در برخی از نسخه‌های تحریر طوسی در جایی از برهان قضیه‌ها که مغربی از این لم‌ها استفاده کرده است، توضیحاتی در حاشیه وجود دارد که همچون لم‌های مغربی خواسته‌اند برهان را روشن تر کنند، اما اهمیت این توضیحات و لم‌ها نسبت به متن اصلی آن قدر نیست که به عنوان قضیه‌های مقدماتی در کنار متن اصلی آورده شوند؛ مغربی می‌توانست به جای آوردن لم قبل از قضیه، عبارتی توضیحی برای روشن تر شدن برهان بیاورد.

نتیجه

این پژوهش نشان می‌دهد که شیوه تحریر طوسی و تحریر مغربی بر اکر تئودوسیوس تفاوت‌های اساسی با هم دارند. تحریر طوسی سه ویژگی دارد که آن را از تحریر مغربی متمایز می‌کند. اولین ویژگی اهمیت است که طوسی برای پیشینه تاریخی متن قائل است. او در مقدمه تاریخی تحریر خود به تفاوت نسخه‌های مختلف ترجمه عربی اگر

۱. این لم در حاشیه یکی از نسخه‌های تحریر طوسی آمده است (نسخه ۵۹۷، مدرسه سپهسالار، گ ۲۵ و).

اشاره می‌کند و از افرادی که در ترجمه این رساله از یونانی به عربی نقش داشته‌اند، نام می‌برد؛ اما مغربی در هیچ جای تحریر خود به این موارد که گویای جنبه تاریخی متن هستند، اشاره‌ای نمی‌کند. شاید همین اهمیت دادن به پیشینه اگر است که باعث می‌شود طوسی تغییرات غیر ضروری در متن ایجاد نکند تا ساختار اصلی اگر حفظ شود. دومین ویژگی تحریر طوسی در مقایسه با تحریر مغربی که به جنبه ریاضی متن مربوط می‌شود وجود اصول موضوعه و مطالب توضیحی در تحریر طوسی است که باعث استحکام بیشتر ساختار ریاضی تحریر طوسی نسبت به متن اصلی اگر می‌شود. سومین ویژگی تحریر طوسی شیوه بیان ریاضی و نوع تغییراتی است که وی در اگر ایجاد می‌کند. او ساختار قضیه‌ها را تغییر نمی‌دهد، اما در مواردی که عبارتی را به متن می‌افزاید و یا شیوه بیان مطلبی را تغییر می‌دهد، این افزایش و تغییر یا به فهم بهتر خواننده کمک می‌کند یا بیان ریاضی بهتری برای آن مطلب است و یا به کوتاه شدن مطلب می‌انجامد. طوسی در حالی که برهان قضیه‌ها را تا انتها و کامل بیان می‌کند، به دقیق بودن و مختصر بودن عبارت‌ها نیز توجه می‌کند و این شیوه نگارش ویژگی‌ای است که یک کتاب آموزشی ریاضی باید داشته باشد.

در مقابل، تحریر مغربی در مقایسه با تحریر طوسی تفاوت‌های زیادی با ترجمه‌های عربی اگر دارد. مغربی با ایجاد تغییراتی در ظاهر، محتوا و ساختار اگر تحریری متفاوت با تحریر طوسی ارائه می‌کند. وی با ادغام کردن و ترکیب کردن برخی قضیه‌ها ساختار اگر را تغییر می‌دهد و با تغییر در شیوه بیان صورت برخی قضیه‌ها و اعمال شیوه‌ای متفاوت در ترسیم برخی شکل‌ها تغییراتی ظاهری ایجاد می‌کند و با به کار بردن عناصر اضافی در برهان برخی قضیه‌ها و ارائه برخی برهان‌های متفاوت باعث بوجود آمدن تغییرات محتوایی در آن می‌شود. در موارد معدودی برهان مغربی نسبت به برهان ترجمه‌های عربی اگر و تحریر طوسی قابل فهم‌تر است، اما موارد بیشتری وجود دارد که وی در خلال ایجاد تغییر در ساختار یک قضیه، به برهان قسمتی از آن قضیه و یا برخی از شرط‌های آن توجه نکرده است و در مجموع تحریر مغربی دقت کمتری نسبت به تحریر طوسی دارد. در عین حال مغربی پنج لم افزون بر لم‌های تحریر طوسی ذکر می‌کند. این لم‌ها که در مقایسه با متن رساله قضیه‌های مقدماتی ساده‌ای هستند، به راحتی از قضیه‌های اصول اقلیدس و اگر حاصل می‌شوند و نمی‌توان آنها را امتیاز قابل ملاحظه‌ای برای تحریر مغربی به شمار آورد. در آخر می‌توان گفت که تحریر مغربی به دلیل عرضه چند برهان متفاوت و چند لم اضافه بر

لم‌های تحریر طوسی ارزش علمی خود را دارد، اما از لحاظ ساختار و دقت ریاضی به هیچ وجه نمی‌توان آن را هم‌تراز با تحریر طوسی دانست. شاید تعدّد نسخه‌ها و حجم زیاد حاشیه‌های تحریر طوسی نسبت به تحریر مغربی که نشانگر توجه بیشتر ریاضی‌دانان به تحریر طوسی است، شاهی بر این مدعا باشد.



منابع

- امیری مقدم، معصومه، ویرایش، ترجمه و شرح تحریر اُکر تئودوسیوس تألیف خواجه نصیرالدین طوسی، پایان نامه کارشناسی ارشد، پژوهشکده تاریخ علم دانشگاه تهران، ۱۳۸۹ ش.
- تئودوسیوس، کتاب الاُکر، مترجم ناشناس، نسخه شماره ۱۰۳۱، Or.، لیدن، صص ۲۲-۷۲.
- _____، مترجم قسطا بن لوقا البعلبکی، کتابخانه خصوصی، پیشتر متعلق به H. P. Kraus، گ ۳۳-پ-گ ۶۴، کتابت در قرن ۷ ق.
- درایتی، مصطفی، فهرستواره دست نوشته‌های ایران (دنا)، ۱۲ جلد، تهران، ۱۳۸۹ ش.
- روح‌اللهی، حسین، «تقی‌الدین راصد»، دائرةالمعارف بزرگ اسلامی، ج ۱۶، تهران، ۱۳۸۷ ش.
- قاسملو، فرید، «تحریر ۳»، دانشنامه جهان اسلام، زیر نظر غلامعلی حداد عادل، ج ۶، تهران، ۱۳۸۰ ش.
- قربانی، ابوالقاسم، زندگی‌نامه ریاضی‌دانان دوره اسلامی، تهران ۱۳۷۵ ش.
- مدرس رضوی، محمد تقی، احوال و آثار نصیرالدین، تهران ۱۳۵۴ ش.
- مُصفا، ابوالفضل، فرهنگ اصطلاحات نجومی، تهران ۱۳۸۱ ش.
- معصومی همدانی، حسین، «استاد بشر»، دانشمند طوس (مجموعه مقالات)، به کوشش نصرالله پورجوادی، تهران ۱۳۷۹ ش.
- مغربی، محی‌الدین، کتاب الاُکر لثاودوسیوس، نسخه شماره ۳۰۳۵/۲، کتابخانه دوبلین، کتابت به سال ۶۶۹ ق.
- _____، نسخه شماره ۵۵۶/۳، کتابخانه لیدن، کتابت به سال ۹۸۰ ق.
- _____، نسخه شماره ۲۰۰/۲، کتابخانه مجلس شورای اسلامی، بی تاریخ.
- منزوی، احمد، فهرستواره کتابهای فارسی، تهران ۱۳۷۸ ش.
- Heath, T., L., *A History of Greek Mathematics*, vol. II, Oxford 1921.
- Ivor Bulmer, T., "Theodosius of Bithynia", *Dictionary of Scientific Biography*, vol. XIII, New York 1981.
- Kunitzsch, P., Lorch, R., *Theodosius Sphaerica: Arabic and Medieval Latin Translations*, Stuttgart 2010.
- Lorch, R., "The Transmission of Theodosius' Sphaerica", *Mathematische Probleme im Mittelalter*, Wiesbaden 1996.
- Sezgin, Fuat, *Geschichte des Arabischen Schrifttums*, v. 5, Leiden 1974.
- Sidoli, N., Kusuba, T., "Naṣīr al-Dīn al-Ṭūsī revision of Theodosius' Spherics", *Suhayl*, vol. 8, Barcelona 2008, pp. 9-46.
- Storey, C. A., *Persian Literature*, vol. II, part 1, London 1958.